

گزارش آزمایش اثر هال در نیمه رساناها

شعرا جعفری تبار

دانشکده ی فیزیک دانشگاه تهران ، انتهای خیابان کارگر شمالی ، تهران

چکیده

در این آزمایش ما اثر هال را بر روی نیمه هادی های با استفاده از ژرمانیم بررسی می کنیم. اثر هال به طور گسترده ای در صنعت مورد استفاده است از جمله در ساختن مغناطیس سنج، تعیین حامل های بار و چگالی آنها در ساختار های نانو و همچنین مطالعه نیمه هادی ها استفاده می شود. این آزمایش با استفاده از اثر هال خواص ژرمانیم را با عبور دادن جریانهای و میدانهای مغناطیسی مختلف بررسی کردیم و توسط آنها ولتاژ هال و ثابت هال را به دست آوردیم. **واژه های کلیدی:** اثر هال، نیمه رسانای ژرمانیم، ولتاژ هال، ثابت هال

Lablatory report of Hall effect in semiconductors

Shera Jafaritabar

Department of Physics, University of Tehran, Tehran

Abstract

In this experiment we study Hall effect on semiconductors using Germanium. Hall effect is widely used in industry including building magnetometers, or in nanostructures, they're used for determining the charge carriers and their densities, and also studying the semiconductors. This experiment investigated properties of germanium using the Hall effect by different currents and magnetic fields run through it and using the resulting Hall voltage the sample was characterized.

Keywords: Hall effect, Germanium semiconductor, Hall voltage, Hall constant

مقدمه

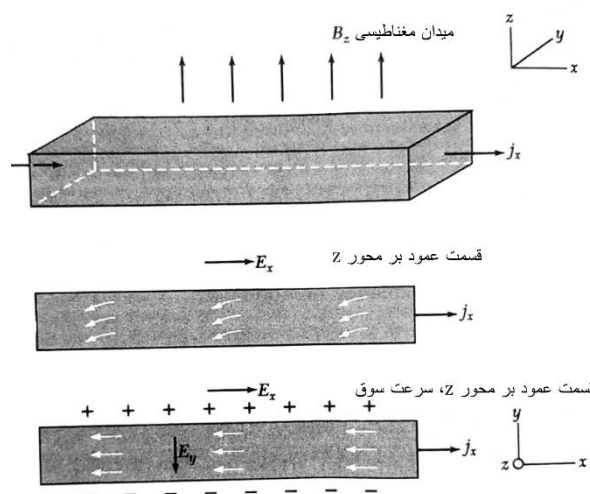
در سال ۱۸۷۹، هنری هال در تلاش آن بود که دریابد که آیا نیروی ناشی از یک سیم حامل جریان در یک میدان مغناطیسی، بر روی کل سیم اعمال میشود و یا تنها بر روی الکترون های متحرک. او گمان کرد که این مورد دوم است و حدس او بر این استدلال بود که اگر جریان برق در یک رسانای ثابت خود توسط یک آهنربا جذب شود ، جریان باید به یک طرف سیم کشیده شود و بنابراین مقاومت باید افزایش یابد. تلاش های وی برای شناسایی این مقاومت اضافی بی نتیجه بود، اما هال این مسئله را قطعی نمیدانست با این استدلال که آهنربا ممکن است تمایل داشته باشد جریان را منحرف کند بدون اینکه قادر به انجام این کار باشد. بدیهی است که در این حالت، یک تنش در هادی وجود دارد، الکتریسیته به همان اندازه به سمت یک

طرف سیم فشار می یابد. این حالت تنش باید به صورت ولتاژ عرضی ظاهر شود که امروزه به ولتاژ هال معروف است) که هال قادر به مشاهده آن بود. [۱]

هنگامی که یک جریان الکتریکی از یک نمونه قرار گرفته در یک میدان مغناطیسی عبور می کند ، یک پتانسیل متناسب با جریان و میدان مغناطیسی عمود بر هر دو جریان و میدان مغناطیسی ایجاد می شود و این اثر به عنوان اثر هال شناخته می شود و ولتاژی که به دلیل میدان مغناطیسی در جهت سوم تولید میشود ولتاژ هال نام دارد. هال با اندازه گیری هایی که انجام داد توانست برای اولین بار حامل های بار را در یک رسانا تعیین کند. این پدیده کاربردهای بسیاری از جمله در اندازه گیری میدان مغناطیسی ، و آشکارسازهای موقعیت و حرکت دارد. [۲]

اصول آزمایش

همانگونه که در شکل ۱ نشان داده شده است، میدان الکتریکی E_x به سیمی در جهت x اعمال می شود و چگالی جریان j_x در سیم جریان می یابد. علاوه بر آن، یک میدان مغناطیسی H در جهت مثبت z قرار دارد که در نتیجه نیروی لورنتس $F = -\frac{e}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{H}$ برای منحرف کردن الکترون در جهت منفی y عمل می کند. با این حال، الکترون ها در جهت y تا آنجا حرکت میکنند که به دیواره های سیم برسند. هنگامی که الکترون ها در آنجا تجمع می یابند، یک میدان الکتریکی در جهت y تولید می شود که با حرکت و تجمع بیشتر آنها مخالف است. این میدان عرضی (یا میدان هال) E_y ، نیروی لورنتس را خنثی می کند و جریان فقط در راستای x جریان می یابد. [۱]



شکل ۱ ولتاژ هال در میدان مغناطیسی B_z

به طور کلی، نیروی لورنتس وارد بر الکترون برابر است با $F = -e(E + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B})$. از طرفی هم معادله حرکت برای جابجایی یک کره فرمی از ذرات به اندازه δ توسط نیروی F حاصل شده از اصطکاک در اثر برخورد با آهنگ $\frac{1}{\tau}$ به صورت $\hbar \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) \delta k = F$ است. اگر داشته باشیم $\hbar \delta k = mv$ آنگاه معادله حرکت خواهد بود:

$$-e \left(E + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \right) = m \mathbf{v} \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) \quad (1)$$

در حالت ثابت در یک میدان الکتریکی ساکن، مشتقات زمانی

صفر هستند به طوری که سرعت سوق در جهت x و y برابر هستند با $v_x = -\frac{e\tau}{m} E_x - \omega_c \tau v_y$ و $v_y = -\frac{e\tau}{m} E_y + \omega_c \tau v_x$ که $\omega_c = \frac{eB}{mc}$ همان فرکانس سیکلوترون در نیمه رساناهاست. در اثر هال اگر جریان از میله در جهت y خارج شود باید $\delta v_y = 0$ و این حالت، در صورت وجود یک میدان الکتریکی عرضی امکان پذیر است به صورتی که $E_y = -\omega_c \tau E_x = -\frac{eB\tau}{mc} E_x$ با در نظر گرفتن $j_x = \frac{ne\tau E_x}{m}$ میتوانیم E_y را در واحد SI ($c=1$) به صورت $E_y = -\frac{j_x B}{ne}$ ، اگر b عرض صفحه ی ما و d ضخامت صفحه ی ما باشد، خواهیم داشت $A = b \times d$ و در نتیجه ی آن:

$$V_H = E_y b = -\frac{IB}{Ane} b = -\frac{IB}{bdne} \times b = \frac{IB}{dne} \quad (2)$$

در رابطه ی ۲، صورت ثابت نگه داشتن I ، رابطه ولتاژ هال با شدت القای مغناطیسی یک رابطه ی خطی با شیب $\frac{B}{dne}$ است. مقدار $R_H = \frac{1}{ne}$ را ضریب هال مینامند که در فلزات منفی بودن آن به دلیل وجود الکترون های آزاد و مثبت بودن آن به دلیل وجود حفره به عنوان حامل الکتریکی در رسانا است. [۳]

در یک رسانا، الکترونهای رسانش ممکن است آزادانه و بدون موانع انرژی حرکت کنند. در یک نیمرساناها یک شکاف انرژی وجود دارد که جدایی سطوح انرژی از باند ظرفیت است که در آن، الکترونهای برانگیخته آزادانه حرکت میکنند. در مقابل الکترون با بار منفی، حفره با بار مثبت قرار دارد که نشانه ی کمبود الکترون در باند ظرفیت است. الکترون ها به داخل حفره حرکت می کنند. اما به دلیل وجود تعداد زیادی الکترون در باند ظرفیت، به عنوان یک حفره متحرک ظاهر می شود که می تواند جریان را حمل کند. با اضافه کردن ناخالصی این حفره ها را در نیمرساناها ایجاد میکنند. [۴]

برای تعیین نوع حامل های بار، باید خواص نمودار ولتاژ هال را به عنوان تابعی از دما برای هر دو نمونه مشاهده کنیم. اما در دمای ثابت، الکترون ها و حفره ها در درون نمونه در جهت مخالف حرکت می کنند، اما استفاده از یک میدان مغناطیسی عمود باعث می شود که هر دو حامل بار در یک جهت منحرف شوند. اگر جهت های

جریان و میدان مغناطیسی مشخص باشد، نوع حامل بار میتواند با علامت ولتاژ هال استنباط شود. اگر علامت منفی باشد، حامل های بار حفره ها هستند و این یک نیمه هادی نوع p است در حالی که اگر علامت مثبت باشد، حامل های بار الکترون ها هستند و این یک نیمه هادی نوع n است. [۵]

نیمه هادی هایی مانند ژرمانیوم بسته به اینکه با چه عنصری پوشیده شده اند، می توانند از طریق حفره یا الکترون هدایت شوند. اگر با عنصری که حاوی الکترونهای بیرونی که در تقریباً آزاد هست، مانند آرسنیک، پوشیده شود احتمال انتقال الکترون بیشتر است. گفته می شود چنین نیمه هادی از نوع n است. اما اگر نیمه هادی با عنصری مانند بور که دارای مداری خارجی کامل تر است پوشیده شود، باعث ایجاد حفره مثبت می شود و به این نوع نیمه هادی از نوع p گفته می شود. [۶]

در مواد نیمه رسانا هم ولتاژ هال را میتوان به دست آورد. اگر p چگالی کل حفره ها، n چگالی الکترون ها و μ_p تحرک پذیری الکترون ها باشد ضریب هال از فرمول $R_H = \frac{1}{e} \frac{p\mu_p - n\mu_n}{(p\mu_p + n\mu_n)^2}$ به دست می آید. در دمای اتاق برای نیمرساناها، به دلیل غلبه چگالی حفره ها و الکترون ها (p_s و n_s) بر چگالی حامل های ذاتی (p_E و n_E) میتوانیم $p_E = n_E \approx 0$ در نتیجه $p_s = \frac{B}{e.d} \frac{I}{V_H}$ در نیمرسانای نوع p و $n_s = \frac{B}{e.d} \frac{I}{V_H}$ در نیمرسانای نوع n سپس با تعریف تحرک پذیری حفره ها به صورت $\mu_p = \frac{v_p}{E}$ و تحرک پذیری الکترون ها به صورت $\mu_n = \frac{v_n}{E}$ و با استفاده از $E = \frac{V}{w}$ و $E_H = \frac{V_H}{b}$ و $e.v_d B = e.E_H$ به رابطه $v_d = \frac{v_H}{bB}$ میرسیم و در نهایت به روابط $\mu_p = \frac{v_H w}{bBV}$ برای نیمرسانای نوع p و $\mu_n = \frac{v_H w}{bBV}$ برای نیمرسانای نوع n میرسیم. [۷]

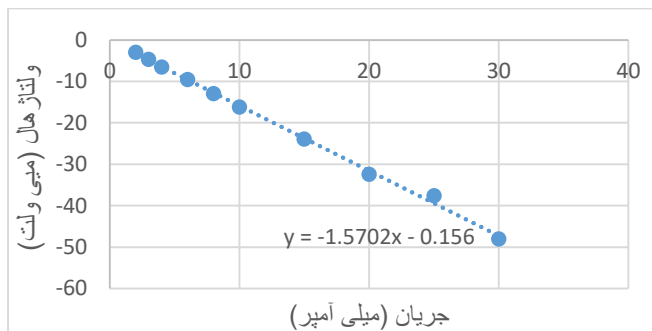
شرح آزمایش

ابتدا قطعه ی جرمانیوم با ابعاد $2.5 \times 1 \times 1$ سانتیمتر را بین دو آهن ربا قرار میدهم و با استفاده از پتانسیومتر میکروولتتر را صفر میکنم و جریان منبع تغذیه ی آهنربای الکتریکی را بر روی ۴ آمپر تنظیم میکنم. میدان مغناطیسی توسط سیم پیچ تنظیم میشود پس با

تغییر شدت جریان عبوری، میزان میدان مغناطیسی را تغییر میدهم و با دادن مقادیر مختلف از جریان ولتاژ هال را به دست می آوریم (جدول ۱) و نمودار آن را رسم میکنیم (نمودار ۱).

جدول ۱: داده ها در حضور میدان مغناطیسی ثابت ۲۰۰ میلی تسلا

ولتاژ هال (mV)	ولتاژ بدون اعمال میدان مغناطیسی (mV)	ولتاژ عرض نمونه (mV)	جریان عبوری از نمونه (mA)	ولتاژ دو سر نمونه (Volt)
-۳	-۱۱/۱	-۱۴/۱	2	0.2
-۴/۷	-۱۷/۱	-۲۱/۸	3	0.3
-۶/۵	-۲۳	-۳۰/۳	4	0.3
-۹/۵	-۳۴/۲	-۴۳/۷	6	0.4
-۱۲/۹	-۴۶/۷	-۵۹/۶	8	0.6
-۱۶/۲	-۵۷/۴	-۷۳/۶	10	0.7
-۲۳/۹	-۸۶/۸	-۱۱۰/۷	15	0.8
-۳۲/۴	-۱۱۴/۹	-۱۴۷/۳	20	1.1
-۳۷/۶	-۱۳۶/۱	-۱۷۳/۷	25	1.3
-۴۸	-۱۷۰	-۲۱۸	30	1.6

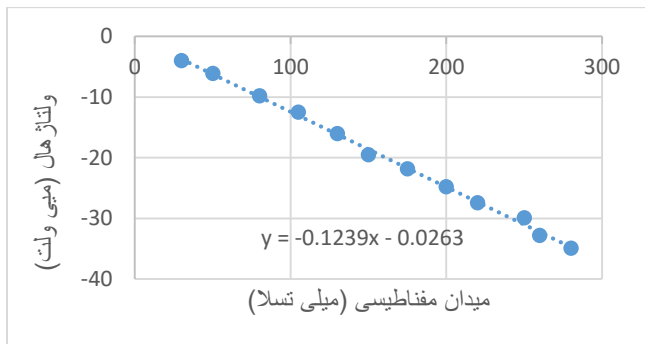


با استفاده از معادله $I = \frac{R_H B}{d} = \frac{(\frac{1}{ne})B}{d} I = \frac{R_H B}{d}$ در حالی که $d = 0.1 \text{ cm}$ و $B = 200 \text{ mT}$ مقدار ثابت هال $\frac{R_H B}{d} = -1.5702$ را $R_H = -7.851 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{C}$ به دست می آوریم. سپس با استفاده از روابط $v_d = R_H \frac{I}{A}$ سرعت سوق را به دست می آوریم و در نهایت با جایگذاری آن در $v_d = \mu E$ و $E = \frac{V}{w}$ و $w = 2.5 \text{ cm}$ در تحرک پذیری را به دست می آوریم (جدول ۲) که نمودار های آن بر حسب ولتاژ هال در نمودار ۳ داده شده است.

جدول ۲: سرعت سوق و تحرک پذیری مربوط به آزمایش اول

تحرک پذیری ($\frac{m^2}{Vs}$)	سرعت سوق (m/s)	ولتاژ هال (mV)
۰.۱۹۶۲۷۵	۱.۵۷۰۲	-۳
۰.۱۹۶۲۷۵	۲.۳۵۵۳	-۴.۷
۰.۲۶۱۷	۳.۱۴۰۴	-۶.۵
۰.۲۹۴۴۱۲۵	۴.۷۱۰۶	-۹.۵
۰.۲۶۱۷	۶.۲۸۰۸	-۱۲.۹
۰.۲۸۰۳۹۲۸۵۷	۷.۸۵۱	-۱۶.۲
۰.۳۶۸۰۱۵۶۲۵	۱۱.۷۷۶۵	-۲۳.۹
۰.۳۵۶۸۶۳۶۳۶	۱۵.۷۰۲	-۳۲.۴
۰.۳۷۷۴۵۱۹۲۳	۱۹.۶۲۷۵	-۳۷.۶
۰.۳۶۸۰۱۵۶۲۵	۲۳.۵۵۳	-۴۸

و سپس نمودار ولتاژ هال را بر حسب میدان مغناطیسی رسم میکنیم.



نمودار ۲: داده ها در شدت جریان ثابت ۱۵ میلی آمپر

حال با استفاده از معادله $V_H = \frac{IB}{dne} = \left(\frac{1}{ne}\right)\frac{B}{d}I = \frac{R_H B}{d}I$ در حالتی که $d = 0.1 \text{ cm}$ و $I = 15 \text{ mA}$ و $\frac{R_H I}{d} = -0.1239$ پس به این ترتیب مقدار ثابت هال را $R_H = -8.26 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{c}$ به دست می آوریم. سپس با استفاده از روابط $V_H = v_d b B$ سرعت سوق را به دست می آوریم و در نهایت $w = 2.5 \text{ cm}$ و $v_d = \mu E$; $E = \frac{V}{w}$ ضریب تحرک پذیری را به دست می آوریم. با توجه به این که جریان عبوری از نمونه ۱۵ میلی آمپر هست و از آزمایش اول میدانیم که ولتاژ دو سر نمونه در این جریان برابر با ۰.۸ ولت هست، پس خواهیم داشت:

جدول ۴: سرعت سوق و تحرک پذیری مربوط به آزمایش دوم

تحرک پذیری ($\frac{m^2}{Vs}$)	سرعت سوق (m/s)	ولتاژ هال (mV)
۰.۴۱۶۶۶۶۶۶۷	۱۳.۳۳۳۳۳۳۳	-۴
۰.۳۸۱۲۵	۱۲.۲	-۶.۱
۰.۳۸۲۸۱۲۵	۱۲.۲۵	-۹.۸
۰.۳۷۲۰۲۳۸۱	۱۱.۹۰۴۷۶۱۹	-۱۲.۵
۰.۳۸۴۶۱۵۳۸۵	۱۲.۳۰۷۶۹۲۳۱	-۱۶
۰.۴۰۶۲۵	۱۳	-۱۹.۵
۰.۳۸۹۲۸۵۷۱۴	۱۲.۴۵۷۱۴۲۸۶	-۲۱.۸
۰.۳۸۷۵	۱۲.۴	-۲۴.۸
۰.۳۸۹۲۰۴۵۴۵	۱۲.۴۵۴۵۴۵۴۵	-۲۷.۴
۰.۳۷۳۷۵	۱۱.۹۶	-۲۹.۹
۰.۳۹۴۲۳۰۷۶۹	۱۲.۶۱۵۳۸۴۶۲	-۳۲.۸
۰.۳۸۹۵۰۸۹۲۹	۱۲.۴۶۴۲۸۵۷۱	-۳۴.۹

در نهایت با استفاده از رابطه $n = \frac{1}{e R_H}$ چگالی الکترون ها را برابر $10^{20} \times 7.96$ به دست می آوریم.

در مرحله ی دوم، جریان عبوری از نمونه را ثابت میکنیم (۲۰ میلی آمپر) و سپس با تغییر میدان مغناطیسی با استفاده از تغییر جریان عبوری از آهنربای الکتریکی با گام های ۰.۵ تا ۶ آمپری، ولتاژ هال را به دست می آوریم.

جدول ۳: داده ها در شدت جریان ثابت ۱۵ میلی آمپر

ولتاژ هال V(mV)	ولتاژ دو سر نمونه بدون اعمال میدان مغناطیسی	ولتاژ دو سر نمونه با اعمال میدان مغناطیسی	میدان مغناطیسی B (mT)	جریان میدان مغناطیسی I(A)
-۴	-۸۷.۲	-۹۱.۲	۳۰	۰.۵
-۶.۱	-۸۷.۲	-۹۳.۳	۵۰	۱
-۹.۸	-۸۷.۲	-۹۷	۸۰	۱.۵
-۱۲.۵	-۸۷.۲	-۹۹.۷	۱۰۵	۲
-۱۶	-۸۷.۲	-۱۰۳.۲	۱۳۰	۲.۵
-۱۹.۵	-۸۷.۲	-۱۰۶.۷	۱۵۰	۳
-۲۱.۸	-۸۷.۲	-۱۰۹	۱۷۵	۳.۵
-۲۴.۸	-۸۷.۲	-۱۱۲	۲۰۰	۴
-۲۷.۴	-۸۷.۲	-۱۱۴.۶	۲۲۰	۴.۵
-۲۹.۹	-۸۷.۲	-۱۱۷.۱	۲۵۰	۵
-۳۲.۸	-۸۷.۲	-۱۲۰	۲۶۰	۵.۵
-۳۴.۹	-۸۷.۲	-۱۲۲.۱	۲۸۰	۶

مرجع ها

- [1] N. W. Ashcroft and N. D. Mermin, *Solid State Physics* (Holt, Rinehart and Winston, New York, 1976).
- [2] *Solid State Physics / R.J. Singh. - Princeton University Library Catalog*, <https://catalog.princeton.edu/catalog/11197765>.
- [3] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, 3d ed. (New York: Wiley, 1966).
- [4] S. Nash, *Characterizing Germanium with the Hall Effect*, 4 (n.d.).
- [5] A. J. Kuck, *Measurement of the Hall Coefficient in a Germanium Crystal*, 4 (n.d.).
- [6] H. Mirza and D. Morris, *Hall Effect Measurements for Determining the Band Gap Energy of Undoped Germanium, Including the Conductivity, Charge Carrier Type, Concentration and Mobility for n-Type and p-Type Doped Germanium*, 10 (n.d.).

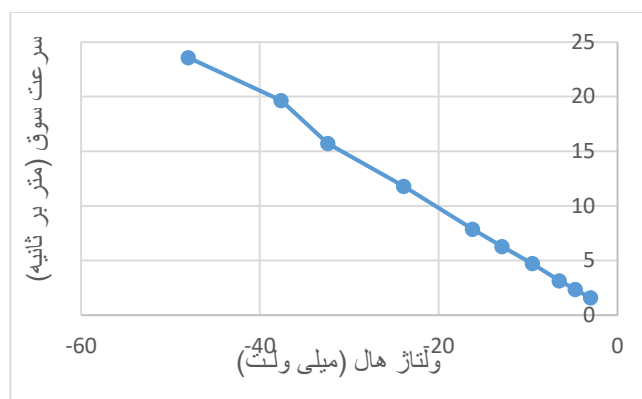
[7] دستور کار آزمایشگاه فیزیک حالت جامد پیشرفته؛ دانشکده فیزیک

دانشگاه تهران، صفحه ۲۰ تا ۲۷

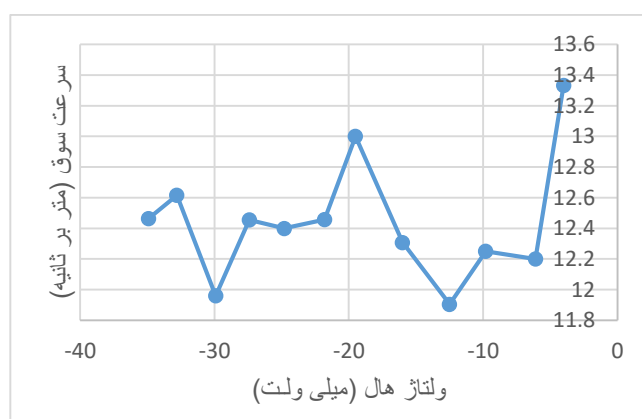
- [5] *Hall effect in n-germanium, LEP ۵/۳/۰۲, PHYWE*

و نمودارهای آن بر حسب ولتاژ هال در نمودار ۴ داده شده است.

را در در نهایت با استفاده از رابطه ی $n = \frac{1}{eRH}$ ، چگالی الکترون ها را برابر $۷.۵۶ \times ۱۰^{۲۰} m^{-۳}$ به دست می آوریم.



نمودار ۳ سرعت سون بر حسب ولتاژ هال آزمایش اول



نمودار ۴ سرعت سون بر حسب ولتاژ هال آزمایش دوم

مقدار ثابت هال برابر $۸.۹ \times ۱۰^{-۳} m^3/c$ برای ژرمانیوم در نظر گرفته شده است. در این صورت مقدار خطای مطلق و نسبی آزمایش اول برابر $۱.۰۴۹ \times ۱۰^{-۳} m^3/c$ و ۱۱.۷۸ درصد خطا و برای آزمایش دوم $۰.۶۴ \times ۱۰^{-۳} m^3/c$ و ۷.۱۹ درصد خطا به دست می آید. [۸]

نتیجه گیری

در این آزمایش توانستیم بار اول به روش میدان مغناطیسی ثابت و بار دوم به روش شدت جریان ثابت، ولتاژ هال را به دست بیاوریم و با استفاده از رسم نمودار و تعیین شیب، ثابت هال را به دست بیاوریم و در نهایت نوع حامل ها و چگالی آن ها را به دست بیاوریم.